George Sand e Susanne Maciel

GUIA RÁPIDO
Notações

1. ESPAÇOS L^2 e l^2

Para um intervalo $[a,b] \subset \mathbb{R}$, definimos

$$L^2([a,b]) = \{f : [a,b] \to \mathbb{C} | \int_a^b |f(t)|^2 dt < \infty\},$$

munido do produto escalar

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(t)\overline{g(t)}dt.$$

O espaço l^2 é definido por

$$l^2 = \{x : \mathbb{Z} \to \mathbb{C} | \sum_{n\in\mathbb{Z}} |x_n|^2 < \infty\},$$

munido do produto escalar

$$\langle x, y \rangle = \sum_{n\in\mathbb{Z}} x_n \overline{y_n}.$$

2. SÉRIE DE FOURIER

Seja $f : [-T/2, T/2] \to \mathbb{R}$. A *Série de Fourier* de f com N termos é dada por

$$f_N(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)\right]$$

onde para $n = 0, 1, 2, \ldots$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)dt,$$

e

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)dt,$$

3. **SÉRIE DE FOURIER CONTÍNUA**

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$. A *Transformada de Fourier* de f, $\hat{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, é dada por

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt,$$

com

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Outra notação utilizada para Transformadas de Fourier:

$$\hat{f}(\omega) = \mathcal{F}[f(t)], f(t) = \mathcal{F}^{-1}[\hat{f}(\omega)].$$

4. **FUNÇÕES DELTA DE DIRAC E DEGRAU UNITÁRIO**

$$\delta(t) = \mathcal{F}^{-1}[1] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} d\omega$$

e

$$\mu(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1/2, & t = 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases}$$

5. **TEOREMA DE SHANNON**

A função *seno cardinal*, $sinc : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, é definida por

$$sinc(t) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}, & t \neq 0, \\ 1, & t = 0. \end{cases}$$

6. **TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA**

Sejam $f_j \in \mathbb{C}$, $j = 0, 1, \ldots, N-1$ e $W_N = e^{2\pi i/N}$. A *Transformada de Fourier Discreta* $\check{f} \in \mathbb{C}$, $k = 0, 1, \ldots, N-1$, é dada por

$$\check{f} = \sum_{j=0}^{N-1} f_j W_N^{-jk},$$

com

$$f_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \check{f}_k W_N^{jk}.$$

7. TRANSFORMADA DE HILBERT

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. A *Transformada de Hilbert* de f, $\tilde{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, é dada por

$$\tilde{f}(t) = \mathcal{F}^{-1}[-i\text{sinal}(\omega)\hat{f}(\omega)] = f(t) * \frac{1}{\pi t}.$$

Outra notação: $\tilde{f}(t) = \mathcal{H}[f(t)]$ e $f(t) = \mathcal{H}^{-1}[\tilde{f}(t)]$. O *Sinal Analítico* de f, $F : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, é dado por

$$F(t) = f(t) + i\tilde{f}(t).$$